





آموزشکده فنی دختران ارومیه

نام درس: روش های آماری در علوم تربیتی

رشته: کودکانیاری

مدرس: سولماز حاجی زاده

جلسه چهارم

میانه برای داده های طبقه بندی شده:

برای محاسبه ی میانه ابتدا ستون فراوانی تجمعی را به جدول اضافه می کنیم ، اولین دسته ای که فراوانی تجمعی آن $\frac{N}{2}$ یا بیشتر از آن باشد، دسته ی میانه دار می نامیم ؛ یعنی میانه عددی بین حد پایین وحد بالای آن دسته است . برای محاسبه ی میانه از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{طول دسته} \times \frac{\text{فراوانی تجمعی دسته ی ماقبل میانه دار} - \frac{N}{2}}{\text{فراوانی مطلق دسته ی میانه دار}} + \text{حد پایین دسته ی میانه دار} = \text{میانه}$$

$$\text{Median} = l + \frac{\frac{N}{2} - fc_{i-1}}{f_i} \times c$$

در مثال داریم :

حدود دسته ها	فراوانی مطلق (f_i)	فراوانی تجمعی
۲-۵	۳	۳
۵-۸	۱	۴
۸-۱۱	۴	۸
۱۱-۱۴	۵	۱۳
۱۴-۱۷	۷	۲۰
۱۷-۲۰	۵	۲۵

$N=25$

(دسته ی میانه دار) $\frac{N}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$

$11 \leq \text{میانه} \leq 14$

پاسخ :

$$\text{Median} = l + \frac{\frac{N}{2} - fc_{i-1}}{f_i} \times c = 11 + \frac{12.5 - 8}{5} \times 3 = 13.7$$

مد(نما) برای داده های طبقه بندی شده:

درستون فراوانی مطلق ، دسته یا دسته هایی که بیشترین فراوانی را داشته باشند ، دسته ی مُد دار می نامیم ؛ یعنی مقدار مُد عددی بین حد پایین وحد بالای آن دسته(دسته ها) است .

$$\text{طول دسته} \times \frac{\text{فراوانی مطلق دسته ی ماقبل مد دار} - \text{فراوانی مطلق دسته ی مد دار}}{(\text{فراوانی مطلق دسته ی مابعد مد دار}) - (\text{فراوانی مطلق دسته ی ماقبل مد دار}) + (\text{فراوانی مطلق دسته ی مد دار})} + \text{حد پایین دسته ی مد دار} = \text{مد(نما)}$$

$$\text{مد(نما)} = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c \times \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} + \text{حد پایین دسته ی مد دار}$$

در مثال داریم :

$$\text{mode} = 14 + \frac{(7-5)}{(7-5) + (7-5)} \times 3 = 15.5$$

مثال: باتوجه به جدول زیر؛ میانگین، میانه و مد (نما) را حساب کنید .

حدود دسته ها	فراوانی مطلق (f_i)	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	نشان دسته (x_i)	fix_i
۷-۱۴	۴	۰.۱۶	۴	۱۰.۵	۴۲
۱۴-۲۱	۷	۰.۲۸	۱۱	۱۷.۵	۱۲۲.۵
۲۱-۲۸	۳	۰.۱۲	۱۴	۲۴.۵	۷۳.۵
۲۸-۳۵	۷	۰.۲۸	۲۱	۳۱.۵	۲۲۰.۵
۳۵-۴۲	۴	۰.۱۶	۲۵	۳۸.۵	۱۵۴
	$N=۲۵$				۶۱۲.۵

$$\bar{X} = \frac{\sum_{k=1}^n f_i x_i}{N} = \frac{612.5}{25} = 24.5$$

$$\text{Median} = l + \frac{\frac{N}{2} - fc_{i-1}}{f_i} \times c = 21 + \frac{12.5 - 11}{3} \times 7 = 24.5$$

$$\text{mode1} = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c = 14 + \frac{3}{3 + 4} \times 7 = 17$$

$$d_1 = f_i - f_{i-1} = 7 - 4 = 3$$

$$d_2 = f_i - f_{i+1} = 7 - 3 = 4$$

$$\text{mode2} = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c = 28 + \frac{4}{4 + 3} \times 7 = 32$$

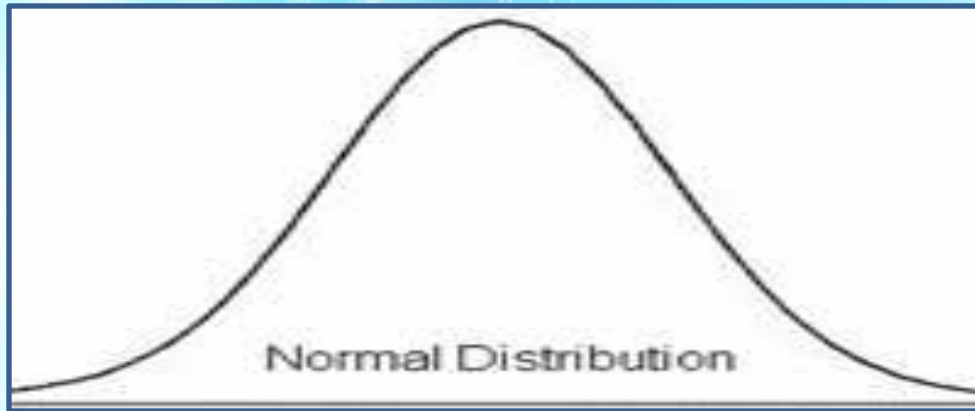
$$d_1 = f_i - f_{i-1} = 7 - 3 = 4$$

$$d_2 = f_i - f_{i+1} = 7 - 4 = 3$$

رابطه تجربی بین میانگین، میانه و مد:

اگر مقدار میانگین، میانه و مد با هم برابر و برهم منطبق باشد در این صورت توزیعی ایجاد می شود که آن را توزیع متقارن می نامیم:

$$\bar{X} = \text{median} = \text{mode}$$

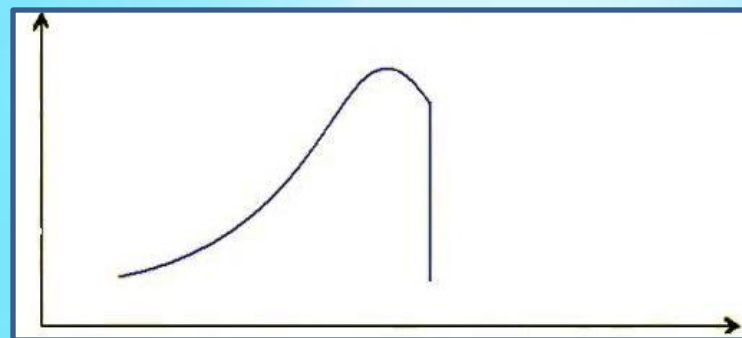


ولی در توزیع هایی که متقارن نیستند میانگین، میانه و مد بر هم منطبق نمی باشند این توزیع ها را توزیع های نامتقارن یا چوله می نامند.

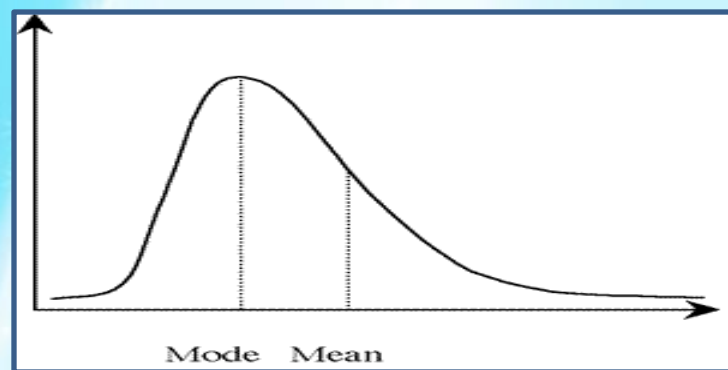
نکته:

اگر میانه از مد بزرگتر باشد کشیدگی به سمت راست و اگر میانه از مد کوچکتر باشد کشیدگی به سمت چپ خواهد بود.

$$\bar{X} < \text{median} < \text{mode}$$



$$\text{mode} < \text{median} < \bar{X}$$



مثال: باتوجه به جدول زیر؛ میانگین، میانه و مد (نما) را حساب کنید آیا این توزیع متقارن است؟

حدود دسته ها	فراوانی مطلق (f_i)	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	نشان دسته (x_i)	fix_i
۳۰-۴۴	۲	۰.۱	۲	۳۷	۷۴
۴۴-۵۸	۳	۰.۱۵	۵	۵۱	۱۵۳
۵۸-۷۲	۶	۰.۳	۱۱	۶۵	۳۹۰
۷۲-۸۶	۵	۰.۲۵	۱۶	۷۹	۳۹۵
۸۶-۱۰۰	۴	۰.۲	۲۰	۹۳	۳۷۲
	$N=۲۰$				۱۳۸۴

$$\bar{X} = \frac{\sum_{k=1}^n f_i x_i}{N} = \frac{1384}{20} = 69.2$$

$$Median = l + \frac{\frac{N}{2} - fc_{i-1}}{f_i} \times c = 58 + \frac{10 - 5}{6} \times 14 = 70$$

$$mode = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c = 58 + \frac{3}{3 + 1} \times 14 = 68.5$$

$$d_1 = f_i - f_{i-1} = 6 - 3 = 3$$

$$d_2 = f_i - f_{i+1} = 6 - 5 = 1$$

چون مقادیر میانگین، میانه و مد به هم نزدیک است پس توزیع متقارن است.

تمرین:

برای داده های زیر جدول فراوانی شامل (ستون های فراوانی مطلق ، نسبی ، تجمعی و نشان دسته) تنظیم نموده و شاخص های میانگین ، میانه و مُد (نما) را محاسبه کنید .

۶۵	۴۷	۵۵	۵۹	۶۸
۷۷	۷۵	۸۰	۱۰۰	۳۰
۵۹	۳۷	۵۰	۶۸	۶۹
۷۳	۸۴	۹۰	۹۵	۱۰۰

$$\text{تعداد دسته} = 1 + (3.3 * \log N) = 5.29$$

$$\text{طول دسته} = \frac{\text{Max-Min}}{\text{تعداد دسته}} = \frac{100-30}{5} = 14$$

تمرین : جدول توزیع فراوانی میزان بارندگی را در چند سال گذشته برحسب میلی لیتر به صورت زیر بیان می کند آیا این توزیع متقارن است؟

میزان بارندگی	فراوانی مطلق (fi)
0.5-50.5	15
50.5-100.5	17
100.5-150.5	11
150.5-200.5	13
200.5-250.5	14
250.5-300.5	10

موفق باشید